

Qüestions de 3 punts:

1. Hi ha 200 peixos en un aquari. L'1 % és de color blau i la resta és de color groc. Quants peixos de color groc hem de treure de l'aquari perquè el 2 % dels peixos que queden siguin de color blau?

- A) 2 B) 4 C) 20 D) 50 E) 100

2. Quin és el nombre més gran?

- A) $\sqrt{2} - \sqrt{1}$ B) $\sqrt{3} - \sqrt{2}$ C) $\sqrt{4} - \sqrt{3}$ D) $\sqrt{5} - \sqrt{4}$ E) $\sqrt{6} - \sqrt{5}$

3. Quants enters positius diferents n hi ha que compleixin que el nombre $n^2 + n$ sigui un nombre primer?

- A) 0 B) 1 C) 2 D) N'hi ha un nombre finit però major que 2 E) N'hi ha un nombre infinit

4. Na Mari, en Ville i l'Ossi varen anar a un cafè. Cadascun d'ells va prendre tres tassons de suc, dos gelats i cinc croissants. Quina de les quantitats següents van pagar?

- A) 39,20 € B) 38,20 € C) 37,20 € D) 36,20 € E) 35,20 €

5. En una illa remota unes quantes persones sempre diuen la veritat i les altres persones menteixen sempre. 25 persones d'aquesta illa estan col·locades en fila índia. La primera persona de la cua diu que totes les altres són mentideres. Totes les altres persones de la cua diuen que la persona que tenen al davant és mentidera. Quantes persones mentideres hi ha a la cua?

- A) 0 B) 12 C) 13 D) 24 E) És impossible saber-ho

6. Les circumferències f , de centre F i radi 13, i g , de centre G i radi 15, s'intersequen en els punts P i Q . La llargària del segment PQ és 24. Quina de les següents és la llargària del segment FG ?

- A) 2 B) 5 C) 9 D) 14 E) 18

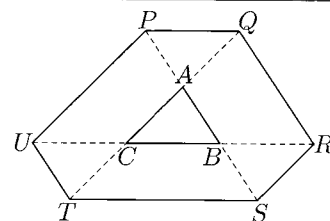
7. Una caixa conté 2 mitjons blancs, 3 de rojos i 4 de blaus. La Isabel sap que un terç dels mitjons tenen un forat, però no sap de quin color són els mitjons foradats. Pren mitjons de la caixa a l'atzar amb l'esperança de prendre dos mitjons bons del mateix color. Quants mitjons ha de prendre per a estar absolutament segura de trobar un parell bo?

- A) 2 B) 3 C) 6 D) 7 E) 8

8. Set persones s'han de desplaçar a un poble veí. Poden fer servir un cotxe de cinc places i una moto de dues places. De quantes maneres diferents poden distribuir-se en els dos vehicles, tot suposant que tots saben conduir? (No es té en consideració el seient exacte que cada persona ocupa al cotxe o bé a la moto.)

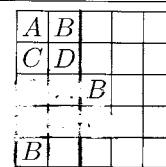
- A) 21 B) 42 C) 120 D) 441 E) 5040
-

9. Els costats del triangle ABC es prolonguen pels dos costats fins a arribar als punts P, Q, R, S, T i U , de manera que $|PA| = |AB| = |BS|$, $|TC| = |CA| = |AQ|$ i $|UC| = |CB| = |BR|$. Si l'àrea del triangle ABC és 1, quina és l'àrea de l'hexàgon $PQRSTU$?



- A) 9 B) 10 C) 12 D) 13 E) No hi ha informació suficient

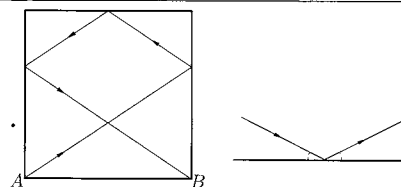
10. Volem pintar els quadrats de la taula utilitzant els colors A, B, C i D , de tal manera que els quadrats veïns no tinguin el mateix color (quadrats que comparteixen un vèrtex es consideren veïns). Alguns dels quadrats ja han estat pintats amb els colors com es mostra. Quins són els possibles colors per al quadrat gris?



- A) A o B B) Només C C) Només D D) A, B, C o D E) C o D

Qüestions de 4 punts:

11. En un billar de forma quadrada de 2 metres de costat es tira una bola des de la cantonada A . Després de tocar tres costats, tal com indica la figura, acaba a la cantonada B . Quants metres recorre la bola? (Recorda que una bola rebota formant el mateix angle en sortir que en entrar, com es mostra a la figura de la dreta.)

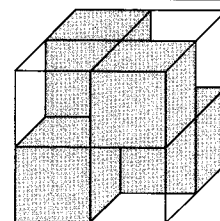


- A) $2\sqrt{13}$ B) $4\sqrt{3}$ C) $2(\sqrt{2} + \sqrt{3})$ D) 7 E) 8

12. Quants nombres de deu xifres existeixen els díigits dels quals són només 1, 2 o 3 i tenen una diferència entre díigits contigus igual a 1?

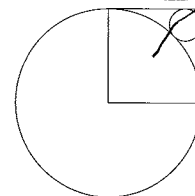
- A) 16 B) 32 C) 64 D) 80 E) 100

13. El cub de la figura està format per quatre cubs transparents i quatre cubs opacs. Els cubs opacs estan col·locats de tal manera que les sis vistes laterals són totalment opaques. Si formem un cub $3 \times 3 \times 3$ amb cubs transparents i opacs amb la mateixa propietat, quin és el mínim nombre de cubs opacs que necessitarem?



- A) 8 B) 9 C) 10 D) 12 E) 18

14. El quadrat de la figura té costat de longitud 1. Aleshores el radi del cercle menut és igual a

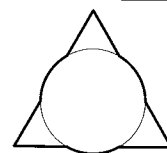


- A) $\sqrt{2} - 1$ B) $\frac{1}{4}$ C) $\frac{\sqrt{2}}{4}$ D) $1 - \frac{\sqrt{2}}{2}$ E) $(1 - \sqrt{2})^2$

15. Quin és el darrer dígit del nombre $1^2 - 2^2 + \dots - 2008^2 + 2009^2$?

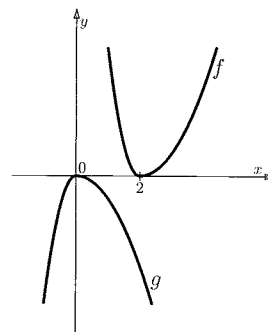
- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

16. Un triangle equilàter de costat 3 i un cercle de radi 1 se superposen de manera que els centres de les dues figures coincideixen. Quant mesura el perímetre de la figura que s'obté així?



- A) $6 + \pi$ B) $3 + 2\pi$ C) $9 + \frac{\pi}{3}$ D) 3π E) $9 + \pi$

17. Les gràfiques de les funcions reals f i g es troben a la figura. Quina és la relació entre f i g ?

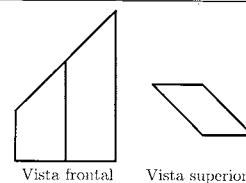


- A) $g(x - 2) = -f(x)$
 B) $g(x) = f(x + 2)$
 C) $g(x) = -f(-x + 2)$
 D) $g(-x) = -f(-x + 2)$
 E) $g(2 - x) = -f(x)$

18. S'han proposat quatre problemes a cadascun dels 100 participants d'una olimpíada matemàtica. 90 concursants van resoldre el primer problema, 85 van resoldre el segon problema, 80 van resoldre el tercer problema i 70 van resoldre el quart problema. Quin és el mínim nombre possible de concursants que van resoldre els quatre problemes?

- A) 10 B) 15 C) 20 D) 25 E) 30

19. A la figura de la dreta es veuen la vista frontal i la vista des de dalt d'un sòlid geomètric. Quina de les figures següents descriu la vista des de l'esquerra?



- A) B) C) D) E) Cap de les anteriors

20. Dos corredors donen voltes al voltant d'un estadi. Tots dos corren de manera continuada a una velocitat constant. A corre més ràpid que B . A triga 3 minuts a fer una volta. A i B comencen en el mateix moment. Passats 8 minuts, A passa B per primera vegada. Quant triga B a fer una volta?

- A) 6 min B) 8 min C) 4 min 30 s D) 4 min 20 s E) 4 min 48 s

Qüestions de 5 punts:

21. Hem construït una taula de 3×3 . S'ha emplenat amb nombres de manera que la suma a cada fila, a cada columna i a cada diagonal sigui la mateixa. A la figura es mostren dos dels nombres que hem col·locat. Quin és el nombre en la posició a ?

a		
		47
	63	

- A) 16 B) 32 C) 55 D) 110 E) És impossible determinar-lo

22. Sigui Z la quantitat de nombres formats per 8 dígits diferents, cap dels quals no és 0. Quants d'aquests nombres són divisibles per 9?

- A) $\frac{Z}{8}$ B) $\frac{Z}{3}$ C) $\frac{Z}{9}$ D) $\frac{8Z}{9}$ E) $\frac{7Z}{8}$

23. Elegim a l'atzar tres vèrtexs diferents d'un polígon regular de 40 costats. Quina és la probabilitat que siguin els vèrtexs d'un triangle rectangle?

- A) $\frac{1}{39}$ B) $\frac{3}{38}$ C) $\frac{1}{38}$ D) $\frac{1}{13}$ E) Cap de les anteriors

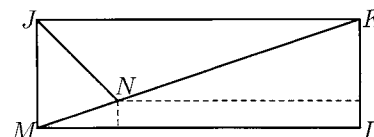
24. Per a quants enters $n \geq 3$ hi ha un polígon convex de n costats els angles dels quals estiguin a la raó, $1 : 2 : \dots : n$?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 5 E) Més de 5

25. 55 escolars van participar en una olimpíada matemàtica. En corregir-los, el jurat marcava amb un + els problemes solucionats correctament, amb un - els problemes resolts de manera incorrecta i amb un 0 si el participant no l'havia resolt. Després, es va observar que cap dels concursants van coincidir en el nombre de + i -. Quin és el nombre mínim de problemes possible de l'olimpíada?

- A) 6 B) 9 C) 10 D) 11 E) 12

26. Al rectangle $JKLM$, la bisectriu de l'angle \widehat{KJM} talla la diagonal KM en el punt N . Les distàncies de N als costats LM i KL són, respectivament, 1 i 8. Per tant, la longitud LM és:



- A) $8 + 2\sqrt{2}$ B) $11 - \sqrt{2}$ C) 10 D) $8 + 3\sqrt{2}$ E) $11 + \frac{\sqrt{2}}{2}$

27. Si $k = \frac{a}{b+c} = \frac{b}{c+a} = \frac{c}{a+b}$, quants valors possibles de k existeixen?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 6

28. Els nombres 1, 2, 3, ..., 99 estan distribuïts en n grups d'acord amb les condicions següents:

- cada nombre pertany a un sol grup,
- almenys hi ha dos nombres a cada grup, i
- si dos nombres estan al mateix grup la seva suma no és divisible per 3.

El nombre n més petit amb aquesta propietat (que permet tal distribució) és:

- A) 3 B) 9 C) 33 D) 34 E) 66

29. La Susana i les seves tres germanes van al teatre. Tenen una llotja amb quatre seients. La Susana i dues de les seves germanes arriben més d'hora i ocupen tres dels quatre seients a l'atzar. Quina és la probabilitat que la Susana hagi de canviar de seient si en arribar la Maria, la germana petita, aquesta insisteix a ocupar el seient que tenia assignat i també insisteixen a fer-ho qualssevol de les germanes que s'hagin hagut d'aixecar a causa d'això?

- A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{1}{3}$ C) $\frac{3}{4}$ D) $\frac{1}{4}$ E) $\frac{1}{6}$

30. La successió de nombres enters a_n està definida de la manera següent: $a_0 = 1$, $a_1 = 2$, $a_{n+2} = a_n + (a_{n+1})^2$ per $n \geq 0$. El residu de la divisió de a_{2009} per 7 és:

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 5 E) 6