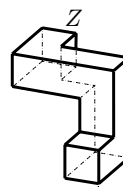
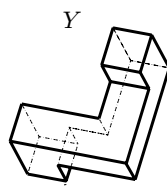
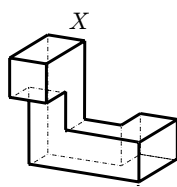
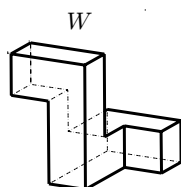
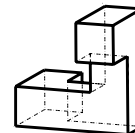


7. Algunes referències històriques expliquen que els antics egipcis feien servir una corda amb dos nusos per a construir un angle recte. Si la longitud de la corda és de 12 m i un dels nusos està fet al punt X , a 3 m de distància d'un cap de la corda, a quina distància de l'altre cap de la corda hem de fer el segon nus a fi i efecte d'obtenir un angle recte a X ?



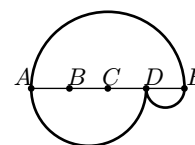
- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) No es pot fer el que es demana.

8. Quins dels objectes següents es poden obtenir per rotació de l'objecte dibuixat a la dreta?



- A) W i Y B) X i Z C) Només Y . D) Cap. E) W , X i Y

9. Hem dividit el segment AE en quatre parts iguals i hem dibuixat semicercles prenent AE , AD i DE com a diàmetres, i així hem determinat dos camins des de A fins a E . Quina és la raó entre la longitud del camí superior i la longitud del camí inferior?



- A) 4 : 3 B) 2 : 3 C) 3 : 4 D) 3 : 2 E) 1 : 1

10. L'angle β és un 25% més petit que l'angle γ i un 50% més gran que l'angle α . Aleshores l'angle γ és

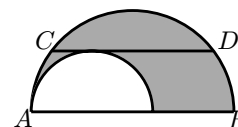
- A) Un 25% més gran que α . B) Un 50% més gran que α . C) Un 75% més gran que α . D) Un 100% més gran que α . E) Un 125% més gran que α .

Qüestions de 4 punts:

11. A partir d'un quadrat $ABCD$ de costat 1 hem dibuixat tots els quadrats del pla on està situat $ABCD$ que tenen dos vèrtexs coincidents amb dos vèrtexs del quadrat $ABCD$. L'àrea total de la regió recoberta per $ABCD$ o per algun dels quadrats dibuixats és:

- A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

12. La figura de la dreta mostra dos semicercles. La corda CD , de longitud 4, és paral·lela al diàmetre AB del semicercle gran i és tangent al semicercle petit. Quina és l'àrea de la regió ombrejada?



- A) π B) $1,5\pi$ C) 2π D) 3π E) No hi ha prou dades.

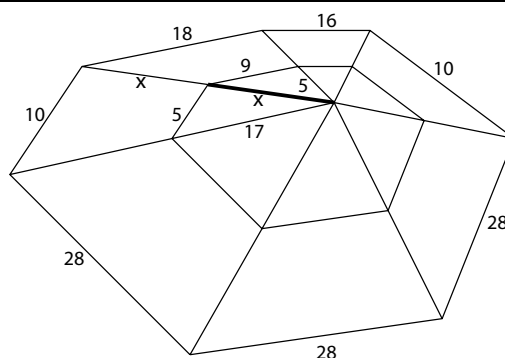
13. Si x i y són dos nombres enters que compleixen $2^{x+1} + 2^x = 3^{y+2} - 3^y$, quin és el valor de x ?

- A) 3 B) 0 C) -1 D) 1 E) 2

14. Quin és el valor de $\cos 1^\circ + \cos 2^\circ + \cos 3^\circ + \dots + \cos 358^\circ + \cos 359^\circ$?

- A) 1 B) π C) 0 D) 10 E) -1

15. La figura mostra la tela d'una aranya matemàtica de la qual coneixem les longituds d'alguns segments i sabem que la longitud x és un nombre enter. No us deixeu atrapar per la teranyina i determineu el valor de x .



- A) 11 B) 13 C) 15 D) 17 E) 19

16. La suma de cinc enters consecutius és igual a la suma dels tres següents enters consecutius. Quin és el més gran d'aquests vuit nombres?

- A) 4 B) 8 C) 9 D) 11 E) Un altre nombre.

17. En Tomàs va néixer el dia que la seva mare celebrava el 20è aniversari; així doncs, cada any celebren l'aniversari el mateix dia. Suposant que tinguin una llarga vida, quantes vegades l'edat que complirà en Tomàs el dia de l'aniversari serà un divisor de l'edat que compleixi sa mare?

- A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

18. Una famosa illa està habitada per persones mentideres i per persones veraces (les persones mentideres d'aquesta illa sempre menteixen i les persones veraces sempre diuen la veritat). Cada persona de l'illa coneix totes les altres i sap si són veraces o mentideres. Un dia li van preguntar a una persona A de l'illa sobre ella i la seva parella B . A va dir *Com a mínim un de nosaltres és una persona mentidera*. Quina de les frases següents és certa?

- | | | | | |
|--|--|-------------------------------------|--------------------------------------|-------------------------------------|
| A) A no podia dir la frase indicada. | B) Totes dues persones són mentideres. | C) Totes dues persones són veraces. | D) A menteix i B diu la veritat. | E) B és mentidera i A és veraç. |
|--|--|-------------------------------------|--------------------------------------|-------------------------------------|

19. En una bossa hi ha 12 boles. Tres són de color blanc, tres són de color groc, tres són de color negre i tres són de color vermell. Les boles de cada color estan numerades de l'1 al 3. Traiem tres boles alhora, a l'atzar, d'aquesta bossa. Calculeu la probabilitat que les tres boles, independentment del color, tinguin els nombres 1, 2 i 3.

- A) $\frac{16}{55}$ B) $\frac{3}{55}$ C) $\frac{1}{27}$ D) $\frac{1}{64}$ E) $\frac{2}{9}$

20. Una estranya calculadora només pot multiplicar per 2 o per 3, o bé elevar a la potència 2 o a la potència 3 el nombre que hi ha a la pantalla. Començant amb el nombre 15, quin dels resultats següents es pot obtenir fent cinc operacions seguides amb aquesta calculadora?

- A) $2^8 \cdot 3^5 \cdot 5^6$ B) $2^8 \cdot 3^4 \cdot 5^2$ C) $2^3 \cdot 3^3 \cdot 5^3$ D) $2^6 \cdot 3^6 \cdot 5^4$ E) $2 \cdot 3^2 \cdot 5^6$

Qüestions de 5 punts:

21. Quin dels nombres següents no es pot escriure en la forma $x + \sqrt{x}$, on x és un enter?

- A) 870 B) 110 C) 90 D) 60 E) 30

22. Considerem una esfera de radi 3 amb centre a l'origen d'un sistema de coordenades cartesià. Quants punts de la superfície d'aquesta esfera tenen coordenades enteres?

- A) 30 B) 24 C) 12 D) 6 E) 3

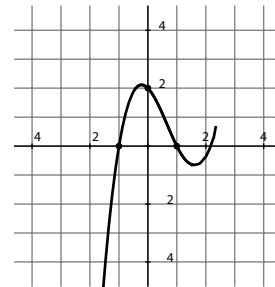
23. Si $\log_b a = c$ i $\log_x b = c$, quin és el valor de $\log_a x$?

- A) a B) c^{-2} C) b^2 D) b E) abc^2

24. Quants graus tenen els angles aguts d'un rombe si el seu costat és la mitjana geomètrica de les seues diagonals?

- A) 15° B) 30° C) 45° D) 60° E) 75°

25. En el diagrama següent es mostra un tros de la gràfica de la funció $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$. Quin és el valor de b ?



- A) -4 B) -2 C) 0 D) 2 E) 4

26. Trobeu el nombre de nombres reals a de manera que l'equació quadràtica $x^2 + ax + 2007 = 0$ tingui dues arrels enteres.

- A) 3 B) 4 C) 6 D) 8 E) Cap de les anteriors.

27. La suma

$$\frac{1}{2\sqrt{1} + 1\sqrt{2}} + \frac{1}{3\sqrt{2} + 2\sqrt{3}} + \dots + \frac{1}{100\sqrt{99} + 99\sqrt{100}},$$

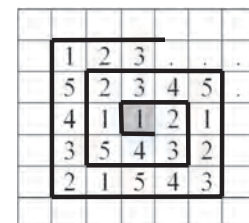
és igual a:

- A) $\frac{999}{1000}$ B) $\frac{99}{100}$ C) 1 D) 9 E) $\frac{9}{10}$

28. En una festa, cinc amics es reparteixen regals de tal manera que tothom dona un regal i en rep un (òbviament, ningú no pot rebre el seu propi regal). De quantes maneres es pot fer el repartiment?

- A) 5 B) 10 C) 44 D) 50 E) 120

29. Els díigits de la seqüència 123451234512345... omplen les cel·les amb una forma espiral començant per la cel·la marcada (vegeu la figura adjunta). Quin díigit estarà col·locat 68 cel·les per damunt de la cel·la marcada?



- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

30. La seqüència creixent 1, 3, 4, 9, 10, 12, 13, ... inclou totes les potències de 3 i tots els nombres que poden ésser descompostos com a suma de diferents potències de 3. Quin és l'element 100 de la seqüència?

- A) 150 B) 981 C) 1234 D) 2401 E) 3^{100}